

§ 5. 力と運動

(1) 加速度と力 (慣性の法則)

○力が働かないとき物体の運動はどうなるか？

そのままその運動をつづける：等速度運動 (等速直線運動)

力が0のときは速度は一定で、加速度が0

力が作用すると加速度が生じる：速度が変わる、運動方向が変わる

ガリレイ・ニュートン以前の時代は力が働かないと運動は止まると考えた。運動を持続するには必ず力が必要と考えた。それに対し、ガリレイ・ニュートンは力が働かない限り物体はその運動を持続する、止まってしまふのは減速させる別の力が働くからということを見いだした。

例：無重力状態でうかんている。(物体にかかるすべての力が釣り合っていると空中でも静止する)

逆にちょっと力をかけるとどこまでも動き続ける。宇宙船での動き

(動いているものに力が働かないと物体は動き続ける)

○慣性の法則<運動の第1法則>

物体に力が働かないときは物体は静止を保つか、運動状態を変えない

慣性：物体の運動状態を変えまいとする性質

電車内でブレーキがかかったときまへのめりになる。前に進む運動状態を持続しようとする。

<問題19>自分の考えを書いてみよう。

高い塔の上から石を落とした。地球が自転していたら石は塔の後ろに落ちる？

ジャンプしたら地球に取り残される？

→本当に地球が回っていたら塔から自由落下する小石は塔の真下の地面には落下しないのではないかという天動説の主張をガリレイが論破実証した話。

高い塔から石を落としたら (自分の考え)

ジャンプしたら (自分の考え)

例：ひもに石をくくりつけて回転させる。途中でひもがきれたらどうなるか？

自分の考え

例：遊園地のショーで、走っているモータボートの先端にしゃがんでいた人が大きく飛び上がってまたそのモータボートの先端にきれいに着地した。さてその人はどんな風に飛んだから海に落ちずにすんだのでしょうか？

自分の考え

○地球が毎秒約 30 km の速さで公転し、毎秒数百 m の速さで自転しているのに我々がそれを感じないわけは？ 物理のトリビア <http://natsci.kyokyo-u.ac.jp/~okihana/trivia/jiten.html>

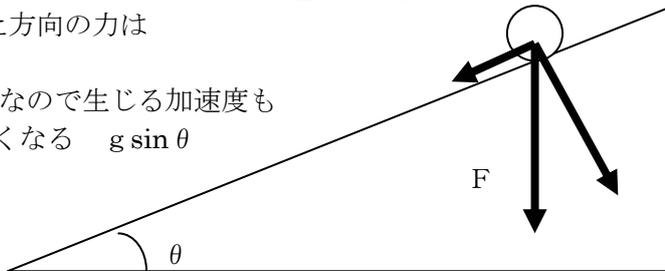
○なめらかな斜面を落ちるとき重力加速度はどうなるだろう？

例：タイタニック号が沈んでいくとき船がだんだん傾いていき、多くの人が落ちていくシーン
<http://www.kameson.com/titanic/>

物体にかかる力 F は下向き（鉛直下方）
斜面が支えているので斜面に沿って運動する。
斜面に沿った方向の力は

$$F \sin \theta$$

力が $\sin \theta$ 分なので生じる加速度も
 $\sin \theta$ 分小さくなる $g \sin \theta$



加速度が 0.7 m/s^2 ... $0.7/9.8 = \sin \theta$ θ は約 4° 電車の加速度は約 4° の坂道で滑ろうとする加速度にだいたい等しい。

（ただし坂道の方が踏ん張る摩擦力が少し小さくなるので坂道の方がやや滑りやすい）

<問題 20> 考えてみよう 11 の補足

(1) 初速 30km/時の車が高速道路に入り 10 秒で 80km/時になった。このときの加速度はいくらか？

等加速度運動 加速度 a 一定 速度 $v = \int a dt = at + v_0$ (初速)

$$v_0 = 30 \text{ km/時} = (\quad) \text{ m/s} \quad v = 80 \text{ km/時} = (\quad) \text{ m/s}$$

$$(\quad) = a \times 10 + (\quad) \quad a = (\quad) \text{ m/s}^2$$

(2) 100m 走でスタートしてから等加速度で速度が増して 40m 地点でトップスピード 10m/s になった。この人の加速度はいくらか？

等加速度運動 加速度 a 一定 速度 $v = \int a dt = at + v_0$ (初速) $v_0 = 0$ より $v = at$

走った距離 $x = \int v dt = \int at dt = at^2/2$

$$t \text{ 秒後 } v = 10 \text{ より } (\quad)$$

$$t \text{ 秒後 } x = 40 \text{ より } (\quad)$$

$$\text{したがって } a = (\quad) \text{ m/s}^2$$

○それではどんな大きさ、向きの力が働いたら物体の運動はどう変化するか？

<運動方程式・運動の第 2 法則>

力が働くと物体には加速度が生じる。

同じものに大きな力を加えるほど生じる加速度は大きい。

→加わる力と生じる加速度は比例関係にある。

異なる物体に同じ力を加えれば運動状態の変化は同じではない。生じる加速度も違う。

→重い物体ほど動きにくく（生じる加速度は小さい）、軽い物体ほど動きやすい（生じる加速度は大きい）。つまり重い物体ほど慣性（抵抗）が大きい。

物体に働く力 = 物体の質量 × 物体の加速度

○力の向きと生じる加速度の向きは同じ。

進行方向に押す → 進行方向に加速度が生じる → 加速される

進行方向逆向きに引っ張る → 進行方向逆向きに加速度が生じる → 減速される

進行方向横に押す→進行方向横に加速度が生じる→ななめに動く

$$m \mathbf{a} = \mathbf{F} \quad \text{ベクトルの的に成り立つ　これをニュートンの運動方程式という。}$$

速度の変化から出した加速度の向きはそのまま力の向きに対応する。

力があたえられたときその運動の速度や位置を求めるにはこの式から加速度を出し、積分をすれば速度、位置が求まる。(初期条件としてある時刻の速度、位置が必要)

○「走り」における加速と減速

50m走で何もしなかったら止まってしまうのはなぜ？

どの場面で力がはたらいているのでしょうか？

スピードを上げる、スピードが落ちる　どこで決まる??

[スライド](#)

○太陽は惑星を引っ張っている

天文学者が太陽系の惑星の運動を観察して惑星共通のいくつかの運動の法則を見いだした。

(ケプラーの法則) 太陽を1つの焦点とする楕円軌道を描いて運動する

焦点と単位時間に進む楕円の弧で囲まれた面積はいつも一定

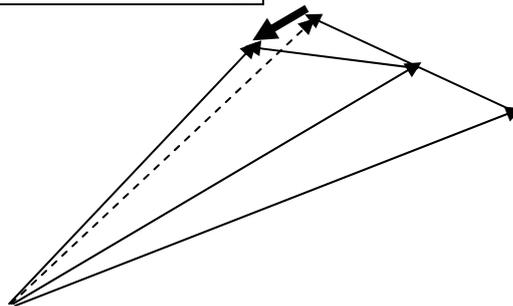
楕円の長半径の3乗と公転の周期の2乗は比例する

こんな運動をするためには「誰が」、「どんな力を」惑星に及ぼしているのか

(ニュートンの万有引力の法則)

太陽と惑星の間にはその距離の2乗に反比例しそれぞれの質量に比例する力が働いている

法則(2)から加速度が焦点を向いていることがわかる。



<問題 2 1 >

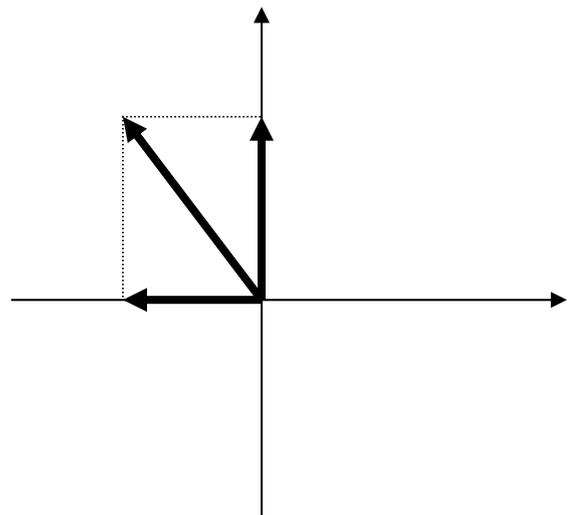
2つのロケットエンジンを積んだ質量 10 トン (10,000kg) のホバークラフトがある。一つのエンジンは西向きに 300N の力を及ぼし、もう一つのエンジンは北向きに 400N の力を及ぼしている。この乗り物の加速度はいくらか？向きと大きさを答えよ。

このホバークラフトに働く力は西向きの力と北向きの力の合力になる。右のような図で示される方向

(西から北向きの角度を θ とすると $\tan \theta = 3/4$)

に () N の力が働く。

$$\begin{aligned} \text{生じる加速度} &= (\quad) \div (\quad) \\ &= (\quad) \div (\quad) = 0.05\text{m/s}^2 \end{aligned}$$



(2) 重さと質量、万有引力

質量：物体に固有の分量で重力を決めたり (質量が大きいと重力も大きい)、加速度を決めたり (質量が大きいと加速度は小さい) する量　単位の例　kg

重さ：ものが地球（必ずしも地球とは限らない）に引かれる力で重力のこと。
 (旧学習指導要領) 中学校で習う重さの単位 **kg** 重っていくらの方？
 60kg 重=60kg の質量の物体にかかる重力（重さ）=60*9.8=590[N]

<問題 2 2>

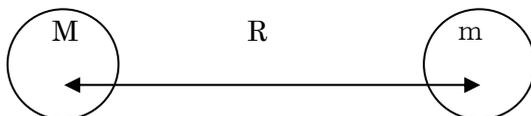
質量m[kg]の物体を無重力な宇宙空間で測った。その物体の質量と重さはいくら？

○ニュートンの万有引力の法則

太陽と惑星の間にはその距離の2乗に反比例しそれぞれの質量に比例する力が働いている
 →一般に質量を持ったものは互いに引き合う力をもつ

質量mとMの物体が距離 r だけ離れて存在するとき2物体間には次のような大きさの力が生じる。
 向きはお互いを結ぶ直線上で引き合う方向。

$F=GMm/R^2$ G 万有引力常数 M、m 質量 R それぞれの中心間距離



どうして距離の2乗に反比例して小さくなるの？

力が増えたり減ったりしないで空間に広がったとき、距離 r にある点への力の影響は球の面積分に分散する。だからある点での力は面積分の1になる
 1mはなれた2つの1kgの物体にかかる重力 $6.67 \times 10^{-11}N$

○地球の地表面での重力（重さ）は mg

$F=GMm/R^2$

M：地球の質量

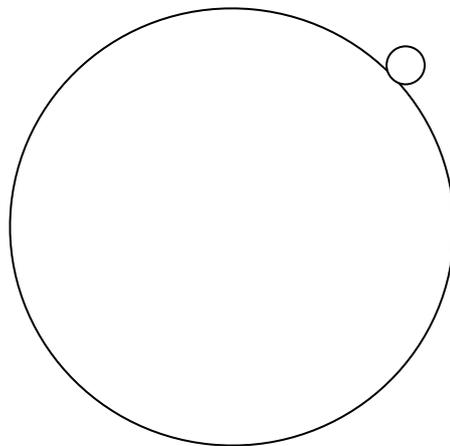
R：ほぼ地球の半径

GM/R^2 は物体によらず地球の値として決まる
 これを g（重力加速度）と書く

物体にかかる重力（重さ）は

$F=mg$

とかけて、地球上なら g は一定



(月だと変わってくる)

地球の質量 $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ 月の質量 $7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$ 質量比=82 : 1

地球の半径 6400km 月の半径は 1700km 半径の2乗の比=14 : 1

地球と月の重力の比は 約 6 : 1

質量mの物体がある。質量は地球上で測っても月の表面で測っても同じだが、重さは地球上で測った場合と月の表面で測った場合では地球上でのほうが約6倍大きい。

○界王星の重力は10Gだ!!!

漫画「ドラゴンボール」でラディッツと一緒に死んだ孫悟空はナッパとベジータの襲来から地球を守るべく、強くなるために界王さまのところへ行って修行をする。その界王さまがいる界王星（海王星ではありません）の表面での重力は地球の10倍あるという。

(1)その星が地球の密度と同じで均一な球であった場合、その半径は地球の何倍になるだろうか？

$$F = GmM/r^2 \quad G : \text{万有引力定数}$$

密度を ρ とすると 質量は $M = 4\pi \rho r^3 / 3$ となるので

$$F = 4\pi Gm\rho r / 3 \propto r\rho$$

つまり密度が同じなら半径に比例して重力は増える。重力が 10 倍なら半径も 10 倍！

(2)ところが漫画ではその星は極めて小さく、界王さまが毎日自動車でその星を 1 周するのが趣味だという。自動車の速度が時速 60km で 1 分で 1 周するとして、その星の密度は地球の何倍になるか？

$$\text{半径 } r \text{ の球の円周は } 2\pi r = 60000 \text{ (m/時)} \times 1/60 \text{ (時)} \quad r = 160\text{m}$$

$$\text{地球の半径は (均一密度で球として導出) 約 } 6.2 \times 10^6 \text{m}$$

$$\text{地球の密度は 約 } 5.5 \text{g/cm}^3$$

$$\text{地球の重力は 半径 (m)} \times \text{密度 (g/cm}^3\text{)} = 6.2 \times 10^6 \times 5.5$$

$$\text{界王星の重力は } 160 \times \rho$$

$$\text{したがって } 10 : 1 = 160 \times \rho : 6.2 \times 10^6 \times 5.5$$

$$\rho = 6.2 \times 10^6 \times 5.5 \times 10 / 160 = 2.0 \times 10^6 \text{ (g/cm}^3\text{)}$$

つまり界王星はパチンコ球くらいで 2 トンもある。これって白色矮星が 1.4 トンだからそれに近い。つまり界王星は星の一生の終わりに近い姿なのだ！！

<知っとこ>ちなみに本当の海王星は質量 $1.0 \times 10^{26} \text{kg}$ 、半径約 49000km (地球の 7.9 倍) なので密度は 0.2g/cm^3 (地球の 0.036 倍) つまり重力は地球の 0.28 倍。