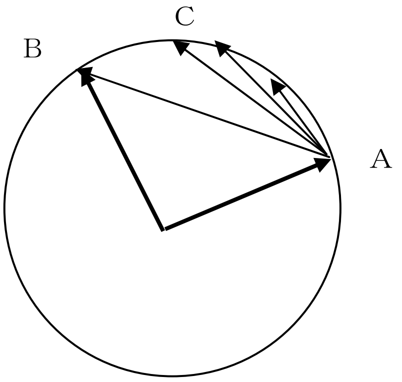
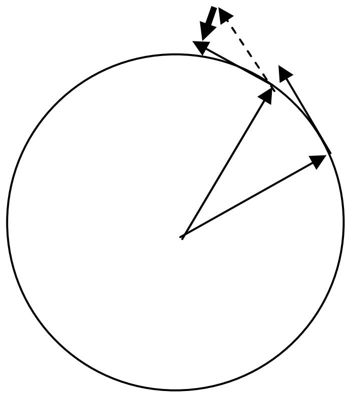
§８．いろいろな運動

（１）円運動

等速円運動はどんな速度で、どんな加速度で運動しているか？





はじめＡ点にいてある時間ののち円弧を描いてＢ点に進んだ。この間の平均の速度の向きはＡからＢに向かう弦の方向。もっと短い瞬間の速度を考えるときはもっと近い点Ｃ、Ｄ・・を考える。そうするとその極限では速度の向きはＡ点での接線の向きになる。つまり円運動の場合は（等速でなくても）速度は接線方向を向く。常に接線の方向を向くと言うことは速度がいつも内向きに変化していることになる。等速円運動の場合加速度は円の中心を向く。

これを式で証明しよう

半径 $r = k$　　　k：一定

進んだ角度 $\theta = \omega t$　　ω：一定（角度が単位時間にどれだけ変化するかという量　角速度）

$x=r\cos\theta=k\cos\omega t$　　$y=r\sin\theta=k\sin\omega t$

$v_x=dx/dt=-k\omega\sin\omega t$　$v_y=dy/dt=k\omega\cos\omega t$　　$|v| = v = \sqrt{(v_x^2+v_y^2)} = k\omega$

速度ベクトルの大きさは $k\omega$　　　速度ベクトルは位置ベクトルに垂直

$a_x=dv_x/dt=-k\omega^2\cos\omega t$　　$a_y=dv_y/dt=-k\omega^2\sin\omega t$　　$|a| = a = \sqrt{(a_x^2+a_y^2)} = k\omega^2$

加速度ベクトルの大きさは$=k\omega^2$　　加速度ベクトルは位置ベクトルに平行で向きが逆

（補足１）三角関数の微分

$dy/dx = \lim \{y(x+\Delta x)-y(x)\}/(x+\Delta x-x)$

$\sin(x+\Delta x) = \sin x\cos\Delta x - \cos x\sin\Delta x$

Δx が非常に小さくなると　$\sin x \to x$　$\cos x \to 1$ に近づく

$\sin(x+\Delta x) = \sin x - \cos x \times \Delta x$

つまり $d(\sin x)/dx = \lim\{\sin(x+\Delta x)-\sin(x)\}/\Delta x = \cos x \times \Delta x/\Delta x = \cos x$

sinx の微分は cosx、　　cos x の微分は　–sin x　となる

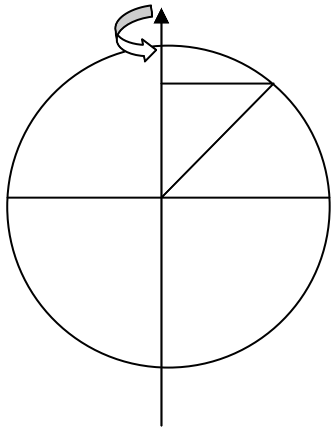
（補足２）係数がある時の微分

sinax　（a は係数）の微分　　X=ax　と置換　dX/dx＝a

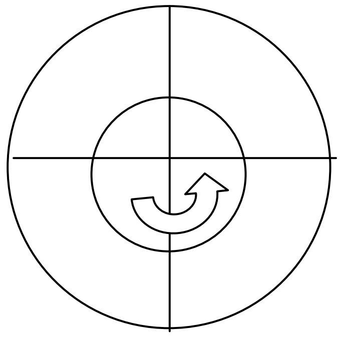
$d(\sin ax)/dx = dX/dx \times d\sin X/dX = a\cos X$　　つまり　acosax

＜問題２５＞　地球の自転がどのくらい速いかを計算しよう。

地球は地軸を軸として自転している。北緯 45°の地点にいる人はいくらの半径でいくらの角速度で等速円運動しているといえばよいか？地球を半径 6400km とし、全て２桁で計算せよ。$\sqrt{2}=1.4$ とせよ



北極上から見た図



地球は地軸に対して自転しているから、北緯 45°では半径(　　　　　　　　　　　　　)の円運動になる。
角速度は、１周２π=6.3 ラジアンを１日つまり 24*3600=86000 秒でまわるから、
(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)　となる。
ちなみに回転の速さは（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）
加速度は　（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

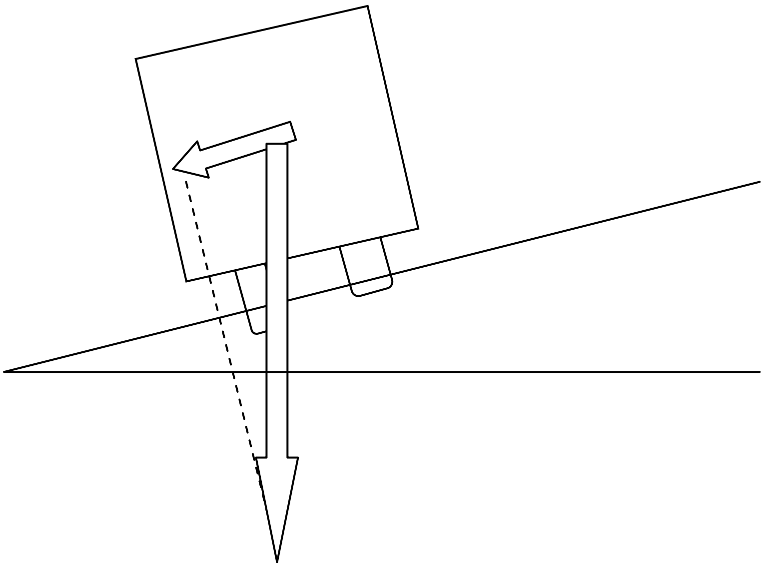
（２）円運動と力

質量 m の石に糸をつけて半径 r で角速度ωの円運動させるにはどんな力が必要？？
加速度と力の関係からわかる。
力の向きは・・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)
力の大きさは・・・(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)
この力を**向心力**という。

＜問題２６＞円運動にまつわる疑問に答えよう。
同じ大きさの木のボールと鉄の玉がある。同じ長さのひもで水平に１秒間に 10 回転させて適当なときにひもを離した。どちらがより遠くへ飛ぶだろう？

速さを保って曲がるとき大きく曲がるのと小さく曲がるのでより大きな力が必要なのはどっち？

自分が曲がるときだれがひっぱるんだろう？



地面が θ 傾いていると重力の sin θ 分が円運動をする向心力となる。

$m r \omega^2 = m v^2/r$

$m v^2/r = m g \sin\theta$

レールの幅　106.7cm

左右の高低差　9.75cm

約 5.2°

sin θ ＝0.09

カーブの曲率半径　約 300m

$V^2 = rg\sin\theta = 16.3$m/s　→　58km/h

（実際は 70km/h まで可能）

制限速度 70km/h のところ 100km/h

遠心力は約２倍（実際は４倍）

考えてみよう１２　室伏選手は角速度いくらで回転させているんだろう？彼はいくらの力でハンマーを引っ張っているんだろう？

飛距離　約 83m　ハンマー（鉄球）の質量　7.26ｋｇ　ひもの長さ 1.2m（腕の長さも考慮して回転半径は 2m くらい）　投げ出した角度 40°（円運動はななめ）　ハンマーが飛び出す瞬間の高さ　約 1.6m　手を離すリリースポイントは腕が水平になっているとき

物理のトリビア http:/natsci.kyokyo-u.ac.jp/~okihana/trivia/hanma.html

（３）遠心力と向心力

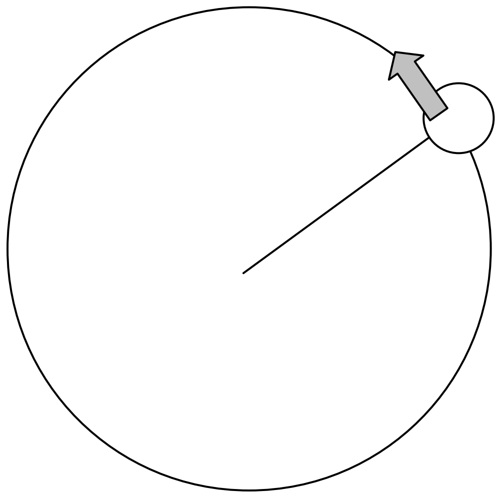
＜問題２７＞等速円運動している車がある。

車には進行方向に力が働いているだろうか？

働いていないならどうして前に進むのだろう？

車に働く力を全て図の中に書け

自分の考え



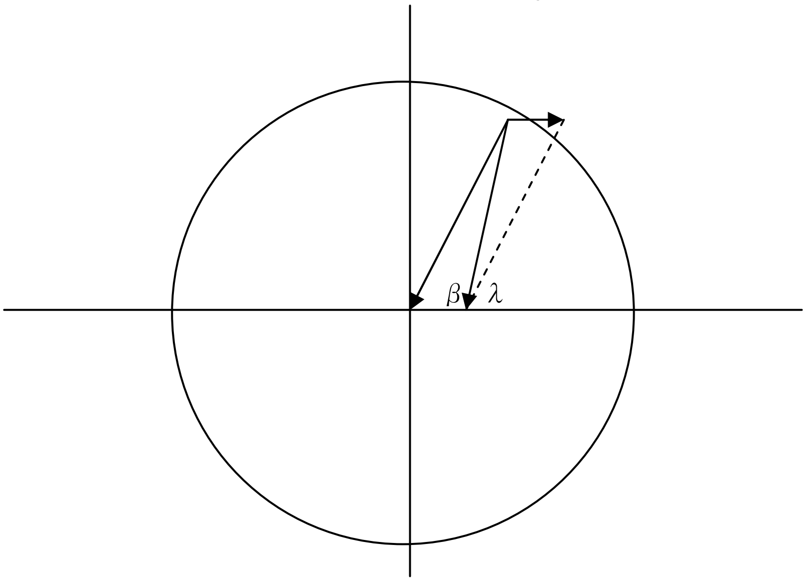
遠心力は含まれる？遠心力はみかけの力

○上昇始めるエレベータの中にいる人にかかる力
　エレベータの外から見ると上向きに加速度をうけて上昇
　エレベータの中で見ると上昇していると見えない。
　その代わり加速度と反対の下向けに質量×加速度のみかけの力を感じる

○円運動する車
　外で見ると内向きに加速度を受けて回る
　車の中にいると回っているのがわからない。その代わりに加速度と反対の外向けに質量×加速度のみかけの力を感じる→これが遠心力

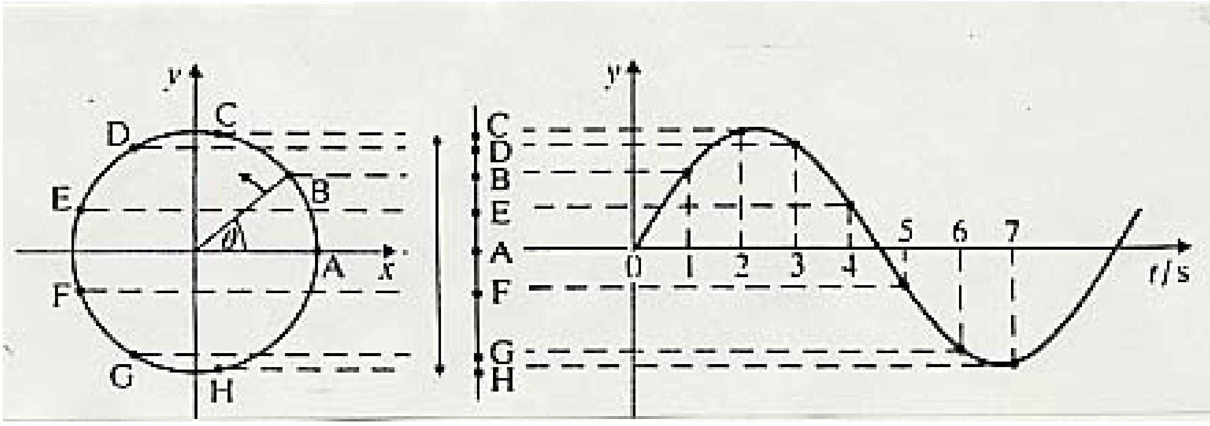
遠心力は回っている本人しか感じない。外で見ている人からすると遠心力なんてない。

地球の遠心力とみかけの重力加速度、地心緯度βと天文緯度λ



（4）バネの運動
円運動と振動・・円運動する点を横から見ると点は上下に振動して見える

　バネやゴムは静かに静止している点（平衡点）から伸ばすと縮もうとし、縮めると伸びようとする。この伸び縮みの運動もこの振動運動にあたる。（単振動という）



＜問題２８＞振動はすでに学びました。ここで言葉の復習です。それぞれを説明しなさい。

平衡点　（　　　　　　　　　　　　　　　　）

振幅　（　　　　　　　　　　　　　　　　）

周期　（　　　　　　　　　　　　　　　　）

バネの運動

特徴その１　振動する点の速さは一定ではなく平衡点近くでもっとも速く、一番伸びたところ一番縮んだところで０になる。$x = A\sin\omega t$　　$v = -A\omega\cos\omega t$

特徴その２　振動の加速度は伸びた（縮んだ）長さに比例する

$$a = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x$$

特徴その３　バネの力は伸びた長さに比例し方向が逆、その比例係数をバネ定数という。

$$F = -kx$$

特徴２と３を結びつけると　$F = ma = -m\omega^2 x = -kx$

$$m\omega^2 = k \quad \omega = \sqrt{k/m}$$

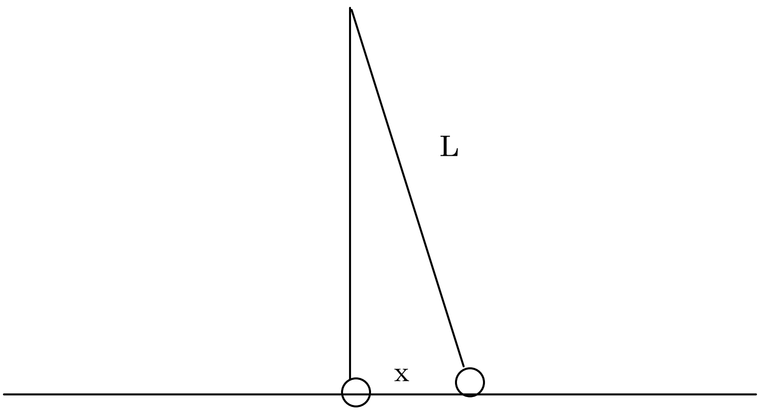
振動の角速度ωと周期Ｔの関係は・・・・$\omega T = 2\pi$　　$T = 2\pi / \omega = 2\pi\sqrt{m/k}$

バネは強いほど（バネ定数が大きいほど）周期が短い・・すぐ戻る

バネは軽いほど（質量が小さいほど）周期が短い・・・すぐ戻る

[よくわかる解説　ギターや弦の・・http://natsci.kyokyo-u.ac.jp/~okihana/kaisetu/tension.htm](http://natsci.kyokyo-u.ac.jp/~okihana/kaisetu/tension.htm)

（５）振り子の運動（ふれが小さいとき）



振り子のふれが小さいときは横方向のふれは単振動する（近似）

振り子にかかる力の横方向の成分がふれをもどす作用をする

$$-mg \times x/L = -(mg/L)\,x$$

バネのときのバネ定数は振り子の場合　mg/L　にあたる

振り子の周期は　$T=2\pi\sqrt{m/k}=2\pi\sqrt{mL/mg}=2\pi\sqrt{L/g}$

振り子は長さ（L）が長いほど周期が長い・・ゆっくりふれる
振り子の重さは周期には関係しない・・・振り子の等時性という
昔の振り子時計：
　　夏になったら少し（進む・遅れる）ので振り子の長さを調節して少し（長く・短く）した