

いくつかの数式

$$V(\Phi) = -\lambda v^2(\Phi^\dagger\Phi) + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \quad (1)$$

$$\lambda = \lambda_{SM} = \frac{m_H^2}{2v^2} \quad (2)$$

今回のプロセス。

$$gg \rightarrow HH \rightarrow jjl^\pm\nu jjl'^\pm\nu \quad (3)$$

長島先生の高エネルギー物理学の発展の74ページにヒッグスセルフカップリングのファインマン則がのっている。

$$-i\frac{3}{2}\frac{g_W}{M_W}m_H^2 = -i3\frac{m_H^2}{v} \quad (4)$$

となっているので、 $-i$ をのぞいてフォートランの中のGHHHと一致している。

同種の電荷のレプトン終状態

原理的にはいくつかのヒッグスポソンの対生成プロセスがある。

- gluon fusion: $gg \rightarrow HH$
- weak boson fusion: $qq \rightarrow qqHH$
- associated production with W or Z : $q\bar{q} \rightarrow VHH, V = W, Z$
- associated production with $t\bar{t}$: $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}HH$

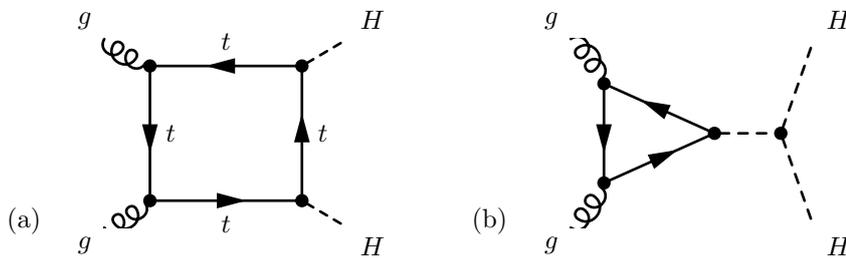


図 1: $gg \rightarrow HH$ のファインマン図

この中でグルーオンフュージョンが他より10から30倍大きく、レートが問題となるLHCではこのプロセスだけを考える。

$m_H < 140\text{GeV}$ では $H \rightarrow b\bar{b}$ がメインの崩壊モードだが、この場合QCDの $b\bar{b}b\bar{b}$ のバックグラウンドで見えなくなる。 $m_H > 140\text{GeV}$ の

場合は $H \rightarrow W^+W^-$ が顕著になる。この場合、 W がすべてハドロニクに崩壊するとき、 $l^\pm\nu + 6\text{jet}$ 、 $l^\pm\nu l'^{\mp\nu} + 4\text{jet}$ もバックグラウンドが大きい。このセクションでは同種ダイレプトンのモードの信号とバックグラウンドの断面積について議論する。

A. 信号断面積の計算

$gg \rightarrow HH$ に関わるファインマンダイアグラムにはフェルミオンの三角と4角のダイアグラムがある。このうち標準的でないヒッグスの自己結合は三角のダイアグラムに関係する。我々は $gg \rightarrow HH \rightarrow jjl^\pm\nu jjl'^{\pm\nu}$ 断面積をエグザクトなループ行列要素を使って計算する。参考文献 21 に示されているように、計算のスピードアップのために無限のトップ質量リミットをとる近似はヒッグス質量が 140GeV から 200GeV で 10% から 30% の範囲で正しい断面積を与えることがわかっているが、まったく正しくない運動学的な分布を生成する。我々の計算ではヒッグスと W は有限幅の2ポール近似によるオフシェルで取り扱われる。 $H \rightarrow W^+W^- \rightarrow 4$ フェルミオンでの崩壊の角相関は正しく考慮される。

信号は、トップ質量を 175GeV 、SM の HWW 、トップの湯川結合、リノマリゼーションとファクトリゼーションのスケールをヒッグスの質量にとって、リーディングオーダーの QCD と整合的に計算される。他のクォークの $gg \rightarrow HH$ のボックスや三角ダイアグラムは $Hf\bar{f}$ のカップリングが質量に比例することから抑制される。NLO の QCD による効果の補正は、断面積にオーバーオールなファクターを LHC では $K = 1.65$ 、VLHC で $K = 1.35$ を掛けることによって、我々の計算に取り入れることができる。このとき $\mu = m_H$ で $gg \rightarrow HH$ の QCD 補正は大きなトップ質量のリミットで計算された。この近似は $gg \rightarrow HH$ に対する完全な NLO の QCD 補正に置き換えることはできないがある特別のケースはうまくいくと期待されている。それはグルーオン融合による一個のヒッグスの生成である。

もっとも低いオーダーの $gg \rightarrow HH$ 断面積はリノマリゼーションとファクトリゼーションのスケールに強い依存性を示す。例えば $M_H = 200\text{GeV}$

で $\mu^2 = m_H^2$ のとき、エグザクトなループ行列要素計算で、全断面積は 8.26fb となる。 $\mu^2 = \hat{s}$ とすると断面積はファクター 1.5 だけ小さくなる。(これだと $\hat{s} = 4m_H^2$ でカップリングを小さくとり過ぎるからか?) NLO の QCD 補正はこの依存性の値は 1.25 になり 1.5 に比べると小さくなる。

$\mu^2 = m_H^2$ のとき、VLHC の K ファクターは LHC より小さくなる。高いエネルギーではパートンの運動量の陽子の運動量の割合は小さくなる。これにより断面積に対するファクトリゼーションスケールの感度が高まるがこれはリノマリゼーションスケールの変化による断面積の変化と相殺する。(?)

我々の計算では $\alpha_s = 0.1185$ とし、信号、バックグラウンドともに PDF は CTEQ4L を使う。

$(jj\ell^\pm\nu)(jj\ell^\pm\nu)$ の信号とバックグラウンドの運動学的なアクセプタンスカットは LHC と VLHC とともに以下の通りである。

$$p_T(j) > 30, 30, 20, 20\text{GeV}, p_T(\ell) > 15, 15\text{GeV} \quad (5)$$

$$|\eta(j)| < 3.0, |\eta(\ell)| < 2.5, \quad (6)$$

$$\Delta R(jj) > 0.6, \Delta R(j\ell) > 0.4, \Delta R(\ell\ell) > 0.2 \quad (7)$$

ここで $\Delta R = [(\Delta\phi)^2 + (\Delta\eta)^2]^{1/2}$ は擬ラピディティとアツィミュースル(経度)角平面上の分離を示す。また 4 つのジェットのうち 2 個ずつの組み合わせは以下の条件で二つの W ペアと見なされなくてはならない。

$$50\text{GeV} < m(jj) < 110\text{GeV} \quad (8)$$

このカットではシグナルもバックグラウンドも 100% 捕捉される。我々はシグナルをかなり落としてしまう消失トランスバーズ運動量カットは使わない。また測定器分解能は考慮していない。

我々は論文 2 1 でより選択性の強い $\Delta R(jj) > 1.0$ を用いると、信号にあまり影響なしに中心的なバックグラウンドの WWW_{jj} と $t\bar{t}W$ を 45% 減らせることを示した。そこで今後以下のカットを要求する。

$$\Delta R(jj) > 1.0 \text{ at the LHC} \quad (9)$$

$$\Delta R(jj) > 0.6 \text{ at the VLHC} \quad (10)$$

式(5)-(7)のカットはATLASとCMSがLHCのデザインルミノシティの $\mathcal{L} = 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ でできるだけイベントを集められるように選択した。図の2と3でレプトンとジェットの最小横運動量に対する $gg \rightarrow HH \rightarrow (W^+W^+)(W^+W^-) \rightarrow \ell \pm \ell' \pm + 4j$ 微分断面積を示す。

式(5)-(7)のカットはルミノシティアップグレードがなされた $\mathcal{L} = 10^{35} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ のLHCの解析にも用いた。SLHCではイベントのピルアップによるバックグラウンドの増加が測定器のパフォーマンスを劣化させるが、プレリミナリーな研究では式(5)-(7)のカットが十分であることが示された。

B. バックグラウンドの計算

標準モデルのバックグラウンドは二つのWボソンの質量として再構成される4つのよく分離したジェットと同種レプトンを生成するものである。もっとも大きなものは $W^\pm W^+ W^- jj$ 、その次にひとつのトップクォークがレプトニック崩壊しもうひとつがハドロニックに崩壊してどの b ジェットもタグされない $t\bar{t}W$ である。ほかのバックグラウンドとしては $W^\pm W^\pm jjjj$ 生成、すべての b ジェットもタグされず、余分なジェットやレプトンが観測されない $t\bar{t}t\bar{t}$ 生成、 Z がレプトニックに崩壊し一方のレプトンが観測されない $W^\pm Z jjjj, t\bar{t}Z$ と $W^+ W^- Z jj$ 、さらにひとつの b がハドロンとよく分離したセミレプトニックに崩壊を起こしもうひとつの b がタグされない $t\bar{t}j$ である。さらにルミノシティが高い場合はオーバーラッピングとダブルパートン散乱を考慮する必要がある。 b クォークのタギング効率は50%とする。我々は直接的にKファクターをバックグラウンドに作用させないが、あとでセルフカップリングにリミットをあたえるときにバックグラウンドに対する潜在的なQCDの効果をふくめる。

1. $WWWjj, t\bar{t}W, W^+W^-W^+W^-$ と $t\bar{t}t\bar{t}$ バックグラウンド

われわれはこれらのバックグラウンドをパートンレベルでMADGRAPHを使ってシミュレートする。 $WWWjj$ は特に顕著な $WHjj$ からの寄与がある。 $WWWjj$ 生成に対しては我々はスケール μ を $\mu^2 = \Sigma p_T^2$ と

する。ここでの和は全ての終状態の粒子についてとする。 $t\bar{t}W$ 生成にたいしては $\mu = m_t + M_W/2$ 、 $t\bar{t}t\bar{t}$ に対しては $\mu = 2m_t$ を使う。トップクォークはオンシェルで、 W はオフシェルが許される。1個以上のタグされた b クォークは排除される。 $t\bar{t}t\bar{t}$ では $\Delta R(jj) < 0.6$ のジェットは結合される。(4W4b でジェットが元もと多い。ジェネレータ解析でも status=2 でやるなら、ばらけたジェットのパートンを結合する必要がある。とりあえず status=3 の解析を行う。) $W^+W^-W^+W^-$ は $WWWjj$ に比べると LHC ではファクター 5 から 25 小さいので、これからの解析では省く。

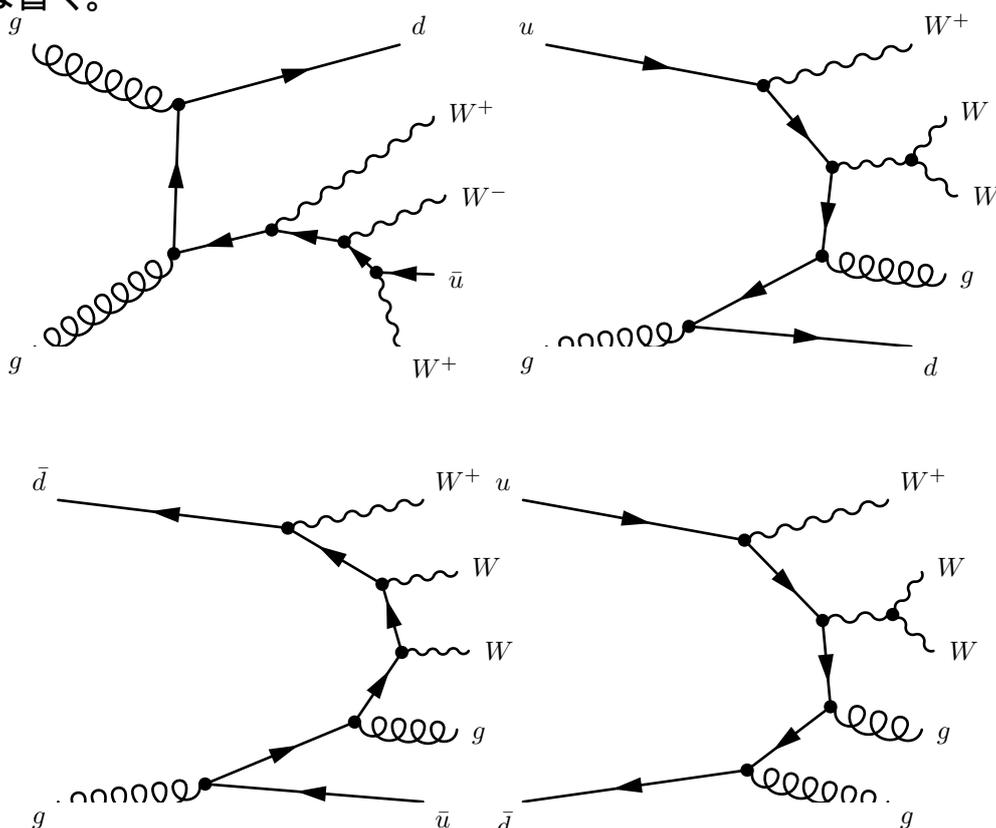


図 2: $WWWjj$ のファイマン図

2. $W^\pm W^\pm jjjj$ バックグラウンド

Madgraph は $W^\pm W^\pm jjjj$ の行列要素を計算できるが、この場合ファイマングラフの数が 6000 個を超えるので実際には行列要素計算によるイベント生成が不可能である。断面積を見積もるためにはマトリッ

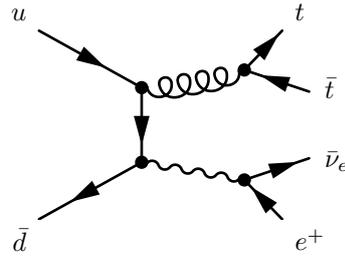


図 3: $t\bar{t}W$ のファインマン図

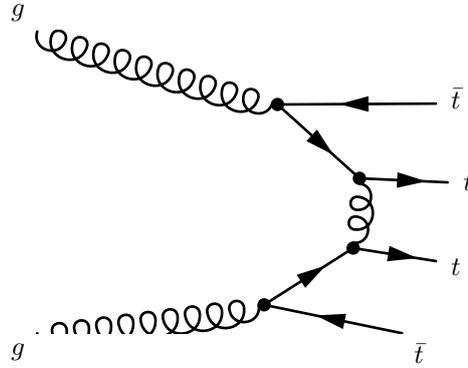


図 4: 典型的な $t\bar{t}t$ のファインマン図。この他に 40 個程度のダイアグラムがある。

クスエレメントの計算を $W^\pm W^\pm jj$ で行い、LO シャワー近似で残りの 2 つのジェット生成を pythia で行う。結合定数とパートン分布関数は $\mu^2 = \Sigma p_T^2$ で与えられるスケール μ を使って計算する。

3. $t\bar{t}Z$ 、 $W^\pm Zjjjj$ 、 $WWZjj$ バックグラウンド

$t\bar{t}Z$ の断面積は行列要素をエグザクトに計算して求めることができる。 $W^\pm Zjjjj$ については、ファインマンダイアグラムが 15000 を越えるので、 $W^\pm W^\pm jjjj$ と同じように、 $WZjj$ の行列要素計算と pythia の組合わせで計算する。両方の場合でオフシエルの光子との干渉効果は勘定にいれる。レプトンは $p_T < 10\text{GeV}$ または $|\eta| < 2.5$ の場合、測定されなかったことになる。

$WWZjj$ バックグラウンドは WWW と WWW の断面積の比と、レプトンが見えなくなる条件と $WWWjj$ の断面積を考慮して推定できる。 $WWWjj$ のに比べてファクター 30 から 60 小さいので、 $WWZjj$ は考慮する必要がない。

4. $t\bar{t}j$ バックグラウンド

我々は $t\bar{t}j \rightarrow W^+ b W^- \bar{b} j$ 生成を、 $t\bar{t}j$ と $c \rightarrow cl\nu$ の行列要素計算を

使って、ひとつの b 崩壊が十分に分離したレプトンを生成するセミレプトニック崩壊するとして、計算する。チャームクォークが $\Delta R < 0.4$ にあるときや、 $p_T(c) < 3\text{GeV}$ の時はアイソレートしているとは見なされない。ハードな $t\bar{t}$ 断面積の規格化を保ちながら、完全な再加算計算からの $t\bar{t}$ 系のハードな反跳の p_T 分布を再現するように、ソフトなパートンの p_T 分布を正規化するために、我々は切捨てられたシャワー近似 (TSA) を使う。その利点は樹木のレベルの QCD 行列要素が角度分布と付加されるジェット放出の硬さの全ての情報を含んでいることにある。ブロンデルらのパートンシャワーの方法は、カラーコヒーレンスとスケールの選択が十分に硬いパートンに対して QCD 行列要素による結果に合うように正しく実施されない限り、すぐには信頼できる答えを出さないだろう。実際には、これは完全な樹木のレベルの $t\bar{t}$ + パarton放出の行列要素を位相空間を $p_T(\text{parton}) > 1\text{ GeV}$ まで積分し、結果にファクター $1 - \exp[-p_T^2(\text{parton})/p_{TSA}^2]$ を掛けることによって達成される。ここで p_{TSA} は $\sigma_{t\bar{t}j} = \sigma_{t\bar{t}}$ となるように選択される。スケールを $\mu^2 = m_t^2$ とすると、LHC と VLHC に対して p_{TSA} はそれぞれ 15GeV , 50GeV となる。これは、今は利用可能ではない完全な $t\bar{t}$ の NLO 計算をまねる試みとみなすことはできない。しかしパートンシャワーによる pythia の $t\bar{t}$ 行列要素とパートンの放出に対する明白な改善とみなすことができる。また α_s^3 のオーダーの行列要素にあるソフトな特異性をコントロールするための動機を持ったアプローチとなっている。

5. その他：オーバーラップイベントとダブルパートン散乱

衝突ビームの高輝度での交差点では、バンチ交差で1イベント以上が起こる。原理的にはこのようなオーバーラッピングイベントは全ビジブルエネルギーの計測や粒子のトラックを区別可能な複数のイベントのバーテックスに線引きすることにより識別できる。しかしこれはいつも可能なわけではない。この場合はふたつの $H \rightarrow W^+W^-$ イベント、 W^+W^- と Wjj または $t\bar{t}$ と1個の W のイベントのオーバーラップがヒッグスのペア生成信号に対する危険なバックグラウンド源を構

成するかもしれない。もし複数バーテックスのオーバーラップイベントが分離できないとすると、その有効断面積は

$$\sigma_{ov}(1, 2) = \frac{1}{2}\sigma(1)\sigma(2)\mathcal{L}_{bc} \quad (11)$$

ここで $\mathcal{L}_{bc} = \mathcal{L}\cdot\tau$, \mathcal{L} はルミノシティで τ はバンチ間隔である。テーブルIに LHC、SLHC、VLHC に対する \mathcal{L} 、 $\Delta\tau$ と \mathcal{L}_{bc} をしめす。

| machine | luminosity \mathcal{L} | bunch spacing $\Delta\tau$ | \mathcal{L}_{bc} |
|---------|--|----------------------------|------------------------|
| LHC | $10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ | 25 ns | $(4.0\text{ mb})^{-1}$ |
| SLHC | $10^{35}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ | 12.5 ns | $(0.8\text{ mb})^{-1}$ |
| VLHC | $2\times 10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ | 18.8 ns | $(2.7\text{ mb})^{-1}$ |

$\ell^\pm\ell'^\pm jjjj$ 終状態は入射陽子中の二つのペア-のパートンの独立な散乱を通じても生成される。このダブルパートン散乱の断面積は、式(11)のファクター $\mathcal{L}_{bc}/2$ を $1/\sigma_{eff}$ で置き換えることによって得られる。この effective 断面積と呼ばれるパラメーター $\sigma_{eff} \approx 15\text{mb}$ はこの簡単化されたアプローチのなかに陽子の非摂動的な構造の情報のすべてを含んでいる。 σ_{eff} は重心系のエネルギーによらないと信じられている。 σ_{eff} とテーブルIの \mathcal{L}_{bc} を比較するとダブルパートン断面積はオーバーラッピングイベントにくらべてファクター 2 から 10 小さいことがわかる。

C. 数値的な結果

信号とバックグラウンドの、式(5)-(7)(9?)のカットに含まれる全断面積はテーブルIIに示されている。 300fb^{-1} のLHCで多くてだいたい50イベントが生成される。ここで考慮されている質量領域の外側では使えるものとしてはあまりに少ないイベント数しか得られない。 $m_H < 150\text{GeV}$ では、これは $H \rightarrow W^*W$ の分岐比が小さいからである。 $m_H > 150\text{GeV}$ では、 $gg \rightarrow HH$ 断面積が小さすぎる。 $WWWjj$ と $t\bar{t}W$ 生成はバックグラウンドに最大の寄与をする。 $t\bar{t}Z$ 生成からのレプトンのうちひとつが失われることによるバックグラウンドは中ぐらゐの効果がある。 $WZjjjj$ 生成による断面積は無視できないものがあるがこのバックグラウンドはかなり簡単に信号から分離できることをあとで示す。

(ビジブルマスが大きい) $WWjjjj$ と $t\bar{t}\bar{t}$ 生成による寄与は LHC では無視できる。 $t\bar{t}\bar{t}$ 断面積は大きなトップクォークの質量によって抑制される。 $WWjjjj$ の断面積は小さい。なぜならクォーク-グルーオンとグルーオン-グルーオン融合過程は同種電荷の W ペア-生成に寄与しないからである。

$t\bar{t}j$ 断面積はレプトンの p_T カットに非常に影響を受けやすい。 $p_T(\ell) > 15\text{GeV}$ を要求すると、 $t\bar{t}j$ バックグラウンドは $t\bar{t}Z$ バックグラウンドと同じような大きさになり、また $t\bar{t}W$ バックグラウンドよりファクター 3 だけ小さい。 $p_T(\ell)$ カットを 10GeV に減らすと断面積はファクター 10 ぐらい増え、ヒッグスのペア-生成信号を凌駕する。反対にレプトンの最小の横運動量を 20GeV に増やすと、信号の断面積は 20% 減ることになるが、 $t\bar{t}j$ バックグラウンドは一桁減り、無視できるぐらいになる。しかしながら、我々は行列要素計算に基づく $t\bar{t}W$ バックグラウンドは以下の点で注意すべきものだと強調したい。この断面積にはハドロン化、イベントの重なり、初期または終状態放射による余分のジェット放出の効果と検出器の分解能の効果を実質的に影響を与える。信頼できるバックグラウンドの評価のためにはこの論文の範囲を越えるが測定器のフルシミュレーションが必要である。

ここでのレプトンの p_T カットと共に、レプトンの分離の要求や、 $b \rightarrow c\nu$ の分岐比、ダイジェットの不变質量カットは $t\bar{t}j$ 断面積を $10^6(?)$ 抑制する。同じような抑制ファクターは $\ell^\pm\nu b\bar{b} + 3j$ 生成にも予想される。ただし、この場合ひとつの b -クォークがセミレプトニック崩壊しこの b 崩壊からのレプトンが分離していることが必要になる。参考文献によると $\ell^\pm\nu b\bar{b} + 3j$ 断面積は LHC では $\mathcal{O}(10^{-3}\text{fb})$ で安全に無視できる。

我々の全体的にノーマライズした信号や $WWWjj$ 、 $t\bar{t}W$ や $t\bar{t}\bar{t}$ のバックグラウンド過程の数値的な結果は SLHC 実験物理総合レポートやブロンデルたちにより報告されたものとある程度よく一致している。 $WZjjjj$ 生成については、我々はファクター 10 だけ大きくなった。この違いは実験の人たちは、仮想光子交換からの寄与を勘定にいれていないことによる。また $t\bar{t}Z$ 生成についても結果が示されていない。我々

の行列要素による $t\bar{t}j$ と実験家の人たちの Pythia に基づく計算の比較も断面積のレプトンの p_T による強い依存性があることから難しい。

LHC のバックグラウンドには、オーバーラッピングイベントやダブルパートン散乱は有意な寄与はないと予想されている。これらの寄与は 'pileup' という列に列挙されている。示されている数字はセクション IIB の式 11 と表 I の \mathcal{L}_{bc} を使って、オーバーラッピングイベントとダブルパートン散乱の寄与を加えたものである。式 11 は二つのオーバーラッピングイベントのバーテックスが分離できないと仮定しているのので、値はコンザーバティブなものである。SLHC では表 IIa の断面積はファクター 3.7 掛ける必要がある。我々のオーバーラッピングイベントやダブルパートン散乱はオーダーの大きさを評価したものと考えるべきである。このバックグラウンドを正確に評価するには現実的なシミュレーションが必要である。

$\sqrt{s} = 200\text{TeV}$ の pp 衝突では、 $gg \rightarrow HH$ 、 $t\bar{t}t\bar{t}$ 、 $t\bar{t}Z$ や $t\bar{t}j$ のようなグルーオン融合が支配的となる断面積はファクター 100 から 3000 大きくなる。(以下略)

全てのバックグラウンドは多体生成過程である。よって、系の不変質量 $\sqrt{\hat{s}}$ はしきい値より有意に大きな値となる。これに対して、信号は $\sqrt{\hat{s}}$ 分布がより鋭いしきい値の振る舞いをする 2 体生成である。不幸にして終状態に二つのニュートリノがあるために $\sqrt{\hat{s}}$ は再構成できない。しかし終状態のレプトンとジェットの不变質量

$$m_{vis}^2 = \left[\sum_{i=l,l',jets} E_i \right]^2 - \left[\sum_{i=l,l',jets} \mathbf{p}_i \right]^2$$

は他のプロダクションプロセスと違っていることによる (2 体) 違いを維持した振る舞いを示す。図の 4 と 5 は、特に質量の小さいヒッグスボソンに対してシグナルはバックグラウンドより m_{vis} の小さな値にピークを持つことを、明確に示している。この分布は SLHC 実験物理総合レポートでは考慮されていないが、ヒッグスボソンのセルフカップリングの値を引き出す能力を向上させるために 2 乗テストを行うことを可能にするものである。測定器の効果はこの分布の裾の部分を平ら

にしたり、ピークの位置を少しずらすかも知れないが、(ピークが違う場所にあることは) 純粹で単純な物理の効果で、どのような近似でバックグラウンドをシミュレートするにせよ、この物理的な性質が維持されるように注意を払うべきである。

$WWWjj$ バックグラウンドは $WH(\rightarrow W^+W^-)jj$ 生成から有意な寄与を得ているので、その m_{vis} 分布は HH 信号の形に近い。予想されるように $t\bar{t}W$ 、 $t\bar{t}Z$ と $t\bar{t}j$ 生成は同じようなところにピークを持ち、形もにている。図4、5の一点鎖線は $WWZjj$ 、 $WWWjj$ と $t\bar{t}t\bar{t}$ 生成を合わせた微分断面積を示している。それは他のバックグラウンドのピークの位置より高いところにピークを持つ。シグナルは $m_{vis} < 500\text{GeV}$ の領域に分布するが、バックグラウンドは $m_{vis} = 1\text{TeV}$ からその先まで有意な裾がひろがっている。このことが $m_{vis} > 500\text{GeV}$ の領域のデータを使って、バックグラウンドの大きさを分布を正規化して評価することを可能にする。セクション IIB5 で示したようなオーバーラッピングイベントやダブルパートン散乱を評価する単純なやり方は分布を計算するのに適さない。そこでそれらのバックグラウンドは図4、5に含まれていない。ヒッグスの質量が大きくなると m_{vis} のピーク位置は高い値に移動する。 $m_H > 180\text{GeV}$ ではカップリングを決めるものとしての効率は減少する。LHC と VLHC を比べると $m_{vis} = 200 - 500\text{GeV}$ でバックグラウンドに対する信号の比が増えるのは一目瞭然である。

前に記述したように、我々のすべての計算はリーディングオーダーで行われた。言い換えると、終状態では正確に4つのジェット(パートン)があるということである。実際には $\ell^\pm\ell'^\pm + 4j$ 信号事象のかなりの割合で、初期状態放射により、一個ないし数個の余分のジェットが出るのが予想される。そのようなイベントでは4本のもっとも高い p_T のジェットで m_{vis} を組むことが自然である。しかし、余分のジェットがいつももっとも弱いとは限らない。 $m(jj)$ のカットもかなり緩めなので m_{vis} に組み込まれる四つのジェットのうちの二つはQCD制動輻射からのものかも知れない。強いQCD補正は $\ell^\pm\ell'^\pm + 4j$ 事象の W 崩壊からのジェットが最小の p_T カットを通らなくしてしまい、余分

のジェットの方を通るようにしてしまうかも知れない。いくつかのこのようなイベントは $m(jj)$ のカットをとる。QCD 補正はこのようにして m_{vis} 分布の形を変えるかもしれない。しっかりした結論を得るためには、有限のトップ質量を入れた、完全な $gg \rightarrow HH$ の NLO QCD 補正の計算が必要である。カシミとラファイエがやったような Pythia に $gg \rightarrow HH$ 行列要素計算を組み込むやり方も、そのような試みの洞察を得ることになるかも知れない。

しかし、余分のジェットを得るために Pythia を使うときには注意が必要である。前に記述したように、初期状態でのソフトで同じ方向を持つジェットの放射は信号の全断面積へのもっとも大きな、そしてトップの質量に依存しない QCD 補正の源である。Pythia でモデル化されたこの初期状態放射はこの放射のリーディング効果を効果的に再加算して、終状態のトポロジーに含める。そのレートをリーディングオーダーの全断面積に合わせることはそのため、整合性を欠くことになり結果は任意性を持つものになる。なぜなら、その終状態のトポロジーとレートは、簡略化？された高次計算の不定性にほかならない違いの近似で計算されたものだからである。(難しい。とにかく問題があると言っている。)

m_{vis} 分布に対するハードな QCD 補正の効果は W 質量の式 8 のカットを満たす四つのジェットの組み合わせの数を減らすかも知れない。約 60-65% の信号事象は一つの式 8 を満たす組み合わせがあり、約 35-40% の信号事象は二つの式 8 を満たす組み合わせがある。もし余分なジェットがあるときはたくさんの組み合わせが可能になる。すくなくとも二つの組み合わせが式 8 を満たすように要求を緩めるとハードな QCD 補正の効果を軽減できるかも知れない。それにより信号とバックグラウンドの断面積は幾らか減るかも知れない。(緩めて減る?) W 質量カットを厳しくすることにより QCD 制動放射のジェットがカットを通過することを減らせるかも知れない。我々のカットはコンザーバティブなものである。このカットを 30 から 20 に強めることも可能である。このばあいは信号バックグラウンドの比が改善するであろう。